CHAPTER THREE

Section 3.1E

1.a. $2^1 = 2$
c. $2^2 = 4$

2.a.

		↓					
E		~	~	(E	&	~	E)
T		**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F		**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

c.

				↓					
A	J		A	≡	[J	≡	(A	≡	J)]
T	**T**		**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**		**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**T**		**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**F**		**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**

e.

											↓			
A	H	J		[~	A	∨	(H	⊃	J)]		⊃	(A	∨	J)
T	**T**	**T**		**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**		**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**		**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**		**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**T**		**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**		**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**		**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**		**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**		**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**		**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**		**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**		**F**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**T**		**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**		**T**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**F**		**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**		**F**	**F**	**F**	**F**

g.

							↓					
A	B		~	(A	∨	B)	⊃	(~	A	∨	~	B)
T	**T**		**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**		**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**		**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**		**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**

i.

				↓							
B	E	H		~	(E	&	[H	⊃	(B	&	E)])
T	**T**	**T**		**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**		**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**		**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**F**		**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**		**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**F**		**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**T**		**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**F**		**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**

k.

									↓						
D	E	F	~	[D	&	(E	∨	F)]	≡	[~	D	&	(E	&	F)]
T	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**

m.

											↓			
A	H	J	(A	∨	(~	A	&	(H	⊃	J)))	⊃	(J	⊃	H)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**

3.a.

			↓								
A	B	C	~	[~	A	∨	(~	C	∨	~	B)]
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**

c.

						↓			
A	B	C	(A	⊃	B)	∨	(B	⊃	C)
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**

e.

						↓			
A	B	C	(A	≡	B)	∨	(B	≡	C)
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**

g.

									↓			
A	B	C	~	[B	⊃	(A	∨	C)]	&	~	~	B
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**

i.

												↓			
A	B	C	~	[~	(A	≡	~	B)	≡	~	A]	≡	(B	∨	C)
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**

4.a.

				↓			
D	F	G	F	∨	(G	∨	D)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**

c.

								↓														
D	F	G	[F	∨	(G	∨	D)]	&	(~	(F	∨	G)	∨	[~	(F	∨	D)	∨	~	(G	∨	D)])
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**

e.

						↓							
D	F	G	(F	&	G)	∨	[(F	&	D)	∨	(G	&	D)]
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**

g.

									↓													
D	F	G	[(F	&	G)	&	~	D]	∨	([(F	&	D)	&	~	G]	∨	[(G	&	D)	&	~	F])
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**

5.a.

									↓					
D	F	G	[F	∨	(G	∨	D)]	⊃	[F	&	(G	&	D)]
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T	T	F	F	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T	T	F	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	F	F	T	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F	F	F	F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T	F	F	F	F	T	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F	T	F	F	F	F	F

c.

					↓						
D	F	G	S	S	⊃	[G	⊃	~	(F	∨	D)]
T	T	T	T	T	F	T	F	F	T	T	T
T	T	T	F	F	T	T	F	F	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T	F	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	F	T	F	F	F	T	T
T	F	T	F	F	T	T	F	F	F	T	T
T	F	F	T	T	T	F	T	F	F	T	T
T	F	F	F	F	T	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	F	T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	T	T	F	F	T	T	F
F	T	F	T	T	T	F	T	F	T	T	F
F	T	F	F	F	T	F	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F
F	F	T	F	F	T	T	T	T	F	F	F
F	F	F	T	T	T	F	T	T	F	F	F
F	F	F	F	F	T	F	T	T	F	F	F

e.

				↓			
D	P	S	D	≡	(P	&	S)
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T	F	F
T	F	T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	F	F
F	T	T	F	F	T	T	T
F	T	F	F	T	T	F	F
F	F	T	F	T	F	F	T
F	F	F	F	T	F	F	F

g.

						↓								
D	F	G	P	R	P	⊃	(F	⊃	[~	(D	∨	G)	&	R])
T	T	T	T	T	T	F	T	F	F	T	T	T	F	T
T	T	T	T	F	T	F	T	F	F	T	T	T	F	F
T	T	T	F	T	F	T	T	F	F	T	T	T	F	T
T	T	T	F	F	F	T	T	F	F	T	T	T	F	F
T	T	F	T	T	T	F	T	F	F	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	T	F	T	F	F	T	T	F	F	F
T	T	F	F	T	F	T	T	F	F	T	T	F	F	T
T	T	F	F	F	F	T	T	F	F	T	T	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	F	T	F	T	T	T	F	T
T	F	T	T	F	T	T	F	T	F	T	T	T	F	F
T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	T	T	F	T
T	F	T	F	F	F	T	F	T	F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	T	T	T	F	T	F	T	T	F	F	T
T	F	F	T	F	T	T	F	T	F	T	T	F	F	F
T	F	F	F	T	F	T	F	T	F	T	T	F	F	T
T	F	F	F	F	F	T	F	T	F	T	T	F	F	F
F	T	T	T	T	T	F	T	F	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	F	T	F	T	F	F	F	T	T	F	F
F	T	T	F	T	F	T	T	F	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	F	F	T	T	F	F	F	T	T	F	F
F	T	F	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F	F	F	F	F
F	T	F	F	T	F	T	T	T	T	F	F	F	T	T
F	T	F	F	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T	F	T	F	F	T	T	F	T
F	F	T	T	F	T	T	F	T	F	F	T	T	F	F
F	F	T	F	T	F	T	F	T	F	F	T	T	F	T
F	F	T	F	F	F	T	F	T	F	F	T	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T	F	T	T	F	F	F	T	T
F	F	F	T	F	T	T	F	T	T	F	F	F	F	F
F	F	F	F	T	F	T	F	T	T	F	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F	T	F	T	T	F	F	F	F	F

Section 3.2E

1.a. Truth-functionally indeterminate

			↓	
A	~	A	⊃	A
T	F	T	T	T
F	T	F	F	F

c. Truth-functionally true

					↓					
A	(A	≡	~	A)	⊃	~	(A	≡	~	A)
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

e. Truth-functionally indeterminate

							↓				
B	D	(~	B	&	~	D)	∨	~	(B	∨	D)
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**

g. Truth-functionally indeterminate

										↓				
A	B	C	[(A	∨	B)	&	(A	∨	C)]	⊃	~	(B	&	C)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**

i. Truth-functionally true

						↓					
J	K	(J	∨	~	K)	≡	~	~	(K	⊃	J)
T	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

k. Truth-functionally true

											↓		
A	D	[(A	∨	~	D)	&	~	(A	&	D)]	⊃	~	D
T	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**

2.a. Not truth-functionally true

					↓				
F	H	(F	∨	H)	∨	(~	F	≡	H)
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**

c. Truth-functionally true

					↓					
A	B	C	~	A	⊃	[(B	&	A)	⊃	C]
T	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**

e. Truth-functionally true

							↓	
C	[(C	∨	~	C)	⊃	C]	⊃	C
T	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**

3.a. Truth-functionally false

					↓				
B	D	(B	≡	D)	&	(B	≡	~	D)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**

c. Not truth-functionally false

			↓			
A	B	A	≡	(B	≡	A)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**

e. Not truth-functionally false

							↓		
C	D	[(C	∨	D)	≡	C]	⊃	~	C
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**

4.a. False. For example, while ‘(A ⊃ A)’ is truth-functionally true, ‘(A ⊃ A) & A’ is not.

c. True. There cannot be any truth-value assignment on which the antecedent is true and the consequent false because there is no truth-value assignment on which the consequent is false.

e. False. For example, although ‘(A & ~ A)’ is truth-functionally false, ‘C ∨ (A & ~ A)’ is not.

g. True. Since a sentence ~ **P** is false on a truth-value assignment if and only if **P** is true on the truth-value assignment, **P** is truth-functionally true if and only if ~ **P** is truth-functionally false.

i. False. For example, ‘(A ∨ ~ A)’ is truth-functionally true, but ‘(A ∨ ~ A) ⊃ B’ is truth-functionally indeterminate.

5.a. On every truth-value assignment, **P** is true and **Q** is false. Hence **P** ≡ **Q** is false on every truth-value assignment. Therefore **P** ≡ **Q** is truth-functionally false.

c. No. Both ‘A’ and ‘~ A’ are truth-functionally indeterminate, but ‘A ∨ ~ A’ is truth-functionally true.

Section 3.3E

1.a. Not truth-functionally equivalent

		↓				↓			
A	B	~	(A	&	B)	~	(A	∨	B)
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**

c. Truth-functionally equivalent

			↓				↓		
H	K	K	≡	H	~	K	≡	~	H
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**

e. Truth-functionally equivalent

					↓							↓				
F	G	(G	⊃	F)	⊃	(F	⊃	G)	(G	≡	F)	∨	(~	F	∨	G)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**

g. Not truth-functionally equivalent

H	J	K	~	(H	&	J)	↓ ≡	(J	≡	~	K)	(H	&	J)	↓ ⊃	~	K
T	T	T	F	T	T	T	T	T	F	F	T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	F	T	T	T	F	T	T	T	F	T	T	T	T	T	F
T	F	T	T	T	F	F	T	F	T	F	T	T	F	F	T	F	T
T	F	F	T	T	F	F	F	F	F	T	F	T	F	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F	T	F	T	F	F	T	F	F	T	T	F	T
F	T	F	T	F	F	T	T	T	T	T	F	F	F	T	T	T	F
F	F	T	T	F	F	F	T	F	T	F	T	F	F	F	T	F	T
F	F	F	T	F	F	F	F	F	F	T	F	F	F	F	T	T	F

i. Not truth-functionally equivalent

A	C	D	[A	∨	~	(D	&	C)]	↓ ⊃	~	D	[D	∨	~	(A	&	C)]	↓ ⊃	~	A
T	T	T	T	T	F	T	T	T	F	F	T	T	T	F	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	T	T	F	F	T	T	T	F	F	F	F	T	T	T	T	F	T
T	F	T	T	T	T	T	F	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F	F	F	T
T	F	F	T	T	T	F	F	F	T	T	F	F	T	T	T	F	F	F	F	T
F	T	T	F	F	F	T	T	T	T	F	T	T	T	T	F	F	T	T	T	F
F	T	F	F	T	T	F	F	T	T	T	F	F	T	T	F	F	T	T	T	F
F	F	T	F	T	T	T	F	F	F	F	T	T	T	T	F	F	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T	F	F	F	T	T	F	F	T	T	F	F	F	T	T	F

k. Not truth-functionally equivalent

F	G	H	F	↓ ∨	~	(G	∨	~	H)	(H	≡	~	F)	↓ ∨	G
T	T	T	T	T	F	T	T	F	T	T	F	F	T	T	T
T	T	F	T	T	F	T	T	T	F	F	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T	F	F	F	T	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	T	F	F	T	T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	F	F	T	T	F	T	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	F	F	T	T	T	F	F	F	T	F	T	T
F	F	T	F	T	T	F	F	F	T	T	T	T	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	T	T	F	F	F	T	F	F	F

2.a. Truth-functionally equivalent

G	H	G	↓ ∨	H	~	G	↓ ⊃	H
T	T	T	T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	F	F	T	T	F
F	T	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	F	F	T	F	F	F

c. Truth-functionally equivalent

					↓			↓	
A	D	(D	≡	A)	&	D	D	&	A
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**

e. Not truth-functionally equivalent

		↓					↓				
A	A	≡	(~	A	≡	A)	~	(A	⊃	~	A)
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**

3.a. Not truth-functionally equivalent

C: The sky clouds over.
N: The night will be clear.
M: The moon will shine brightly.

				↓					↓				
C	M	N	C	∨	(N	&	M)	M	≡	(N	&	~	C)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

c. Truth-functionally equivalent

D: The *Daily Herald* reports on our antics.
A: Our antics are effective.

			↓				↓		
A	D	D	⊃	A	~	A	⊃	~	D
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**

e. Not truth-functionally equivalent

M: Mary met Tom.
L: Mary liked Tom.
G: Mary asked George to the movies.

						↓							↓	
G	L	M	(M	&	L)	⊃	~	G	(M	&	~	L)	⊃	G
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**

4.a. Yes. **P** and **Q** have the same truth-value on every truth-value assignment. On every truth-value assignment on which they are both true, ~ **P** and ~ **Q** are both false, and on every truth-value assignment on which they are both false, ~ **P** and ~ **Q** are both true. It follows that ~ **P** and ~ **Q** are truth-functionally equivalent.

c. If **P** and **Q** are truth-functionally equivalent then they have the same truth-value on every truth-value assignment. On those assignments on which they are both true, the second disjunct of ~ **P** ∨ **Q** is true and so is the disjunction. On those assignments on which they are both false, the first disjunct of ~ **P** ∨ **Q** is true and so is the disjunction. So ~ **P** ∨ **Q** is true on every truth-value assignment.

Section 3.4E

1.a. Truth-functionally consistent

				↓			↓			↓	
A	B	C	A	⊃	B	B	⊃	C	A	⊃	C
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

c. Truth-functionally inconsistent

			↓							↓							↓			
H	J	L	~	[J	∨	(H	⊃	L)]	L	≡	(~	J	∨	~	H)	H	≡	(J	∨	L)
T	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**

e. Truth-functionally inconsistent

					↓		↓		↓	
H	J	(J	⊃	J)	⊃	H	~	J	~	H
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**

g. Truth-functionally consistent

			↓	↓	↓
A	B	C	A	B	C
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**

i. Truth-functionally consistent

						↓				↓		↓	
A	B	C	(A	&	B)	∨	(C	⊃	B)	~	A	~	B
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**

2.a. Truth-functionally consistent

				↓						↓	
B	D	E	B	⊃	(D	⊃	E)	~	D	&	B
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**

c. Truth-functionally consistent

				↓					↓		
F	J	K	F	⊃	(J	∨	K)	F	≡	~	J
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**

e. Truth-functionally consistent

					↓					↓
A	B	(A	⊃	B)	≡	(~	B	∨	B)	A
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**

3.a. Truth-functionally inconsistent

S: Space is infinitely divisible.
Z: Zeno’s paradoxes are compelling.
C: Zeno’s paradoxes are convincing.

				↓		↓				↓
C	S	Z	S	⊃	Z	~	(C	∨	Z)	S
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**

c. Truth-functionally consistent

E: Eugene O'Neill was an alcoholic.
P: Eugene O'Neill's plays show that he was an alcoholic.
I: *The Iceman Cometh* must have been written by a teetotaler.
F: Eugene O'Neill was a fake.

				↓	↓	↓		↓	
E	F	I	P	E	P	I	E	∨	F
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**

e. Truth-functionally consistent

R: The Red Sox will win next Sunday.
J: Joan bet $5.00.
E: Joan will buy Ed a hamburger.

				↓						↓		
E	J	R	R	⊃	(J	⊃	E)	~	R	&	~	E
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**

4.a. First assume that {**P**} is truth-functionally inconsistent. Then, since **P** is the only member of {**P**}, there is no truth-value assignment on which **P** is true; so **P** is false on every truth-value assignment. But then ~ **P** is true on every truth-value assignment, and so ~ **P** is truth-functionally true.

Now assume that ~ **P** is truth-functionally true. Then ~ **P** is true on every truth-value assignment, and so **P** is false on every truth-value assignment. But then there is no truth-value assignment on which **P**, the only member of {**P**}, is true, and so the set is truth-functionally inconsistent.

c. No. For example, ‘A’ and ‘~ A’ are both truth-functionally indeterminate, but {A, ~ A} is truth-functionally inconsistent.

Section 3.5E

1.a. Truth-functionally valid

				↓					↓		↓		↓	
A	H	J	A	⊃	(H	&	J)	J	≡	H	~	J	~	A
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**

c. Truth-functionally valid

							↓										↓				↓		
A	D	G	(D	≡	~	G)	&	G	(G	∨	[(A	⊃	D)	&	A])	⊃	~	D	G	⊃	~	D
T	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**

e. Truth-functionally valid

						↓				↓		↓	
C	D	E	(C	⊃	D)	⊃	(D	⊃	E)	D	C	⊃	E
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**

g. Truth-functionally valid

					↓										↓				
G	H	(G	≡	H)	∨	(~	G	≡	H)	(~	G	≡	~	H)	∨	~	(G	≡	H)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

i. Truth-functionally invalid

					↓						↓				↓	
F	G	~	~	F	⊃	~	~	G	~	G	⊃	~	F	G	⊃	F
T	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

2.a. Truth-functionally valid

					↓						↓					↓	
J	M	(J	∨	M)	⊃	~	(J	&	M)	M	≡	(M	⊃	J)	M	⊃	J
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**

c. Truth-functionally valid

			↓						↓			↓		
A	B	A	⊃	~	A	(B	⊃	A)	⊃	B	A	≡	~	B
T	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**

e. Truth-functionally invalid

				↓										↓					↓	
A	B	C	A	&	~	[(B	&	C)	≡	(C	⊃	A)]	B	⊃	~	B	~	C	⊃	C
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**

3.a. Truth-functionally valid

					↓			
B	C	(B	&	C)	⊃	(B	∨	C)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**

c. Truth-functionally invalid

													↓					
J	T	([(J	⊃	T)	⊃	J]	&	[(T	⊃	J)	⊃	T])	⊃	(~	J	∨	~	T)
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**

e. Truth-functionally invalid

									↓	
B	C	D	[(B	&	C)	&	(B	∨	D)]	⊃	D
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**

4.a. Truth-functionally invalid

S: ‘Stern’ means the same as ‘star’.
N: ‘Nacht’ means the same as ‘day’.

			↓		↓		↓	
N	S	N	⊃	S	~	N	~	S
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**

c. Truth-functionally valid

S: September has 30 days.
A: April has 30 days.
N: November has 30 days.
F: February has 40 days.
M: May has 30 days.

						↓								↓				↓
A	F	M	N	S	S	&	(A	&	N)	(A	≡	~	M)	&	(N	⊃	M)	F
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**

e. Truth-functionally valid

D: Computers can have desires.
E: Computers can have emotions.
T: Computers can think.

				↓			↓			↓			↓	
D	E	T	T	≡	E	E	⊃	D	D	⊃	~	T	~	T
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**

5.a. Suppose that the argument is truth-functionally valid. Then there is no truth-value assignment on which $\mathbf{P}_1, \ldots, \mathbf{P}_\mathbf{n}$ are all true and **Q** is false. But, by the characteristic truth-table for ‘&’, the iterated conjunction $(\ldots(\mathbf{P}_1 \,\&\, \mathbf{P}_2) \,\&\, \ldots \mathbf{P}_\mathbf{n})$ has the truth-value **T** on a truth-value assignment if and only if all of $\mathbf{P}_1, \ldots, \mathbf{P}_\mathbf{n}$ have the truth-value **T** on that assignment. So, on our assumption, there is no truth-value assignment on which the antecedent of $(\ldots(\mathbf{P}_1 \,\&\, \mathbf{P}_2) \,\&\, \ldots \,\&\, \mathbf{P}_\mathbf{n}) \supset \mathbf{Q}$ has the truth-value **T** and the consequent has the truth-value **F**. It follows that there is no truth-value assignment on which the corresponding material conditional is false, so it is truth-functionally true.

Assume that $(\ldots(\mathbf{P}_1 \,\&\, \mathbf{P}_2) \,\&\, \ldots \,\&\, \mathbf{P}_\mathbf{n}) \supset \mathbf{Q}$ is truth-functionally true. Then there is no truth-value assignment on which the antecedent is true and the consequent false. But the iterated conjunction is true if and only if the sentences $\mathbf{P}_1, \ldots, \mathbf{P}_\mathbf{n}$ are all true. So there is no truth-value assignment on which $\mathbf{P}_1, \ldots, \mathbf{P}_\mathbf{n}$ are all true and **Q** is false; hence the argument is truth-functionally valid.

c. No. For example, {A ⊃ B} ⊨ ‘~ A ∨ B’. But {A ⊃ B} does not entail ‘~ A’, nor does it entail ‘B’.

Section 3.6E

1.a. If {~ **P**} is truth-functionally inconsistent, then there is no truth-value assignment on which ~ **P** is true (since ~ **P** is the only member of its unit set). But then ~ **P** is false on every truth-value assignment, so **P** is true on every truth-value assignment and is truth-functionally true.

c. If Γ ∪ {~ **P**} is truth-functionally inconsistent, then there is no truth-value assignment on which every member of Γ ∪ {~ **P**} is true. But ~ **P** is true on a truth-value assignment if and only if **P** is false on that assignment. Hence there is no truth-value assignment on which every member of Γ is true and **P** is false. Hence Γ ⊨ **P**.

2.a. **P** is truth-functionally true if and only if the set {~ **P**} is truth-functionally inconsistent. But {~**P**} is the same set as ∅ ∪ {~ **P**}. So **P** is truth-functionally true if and only if ∅ ∪ {~ **P**} is truth-functionally inconsistent. But we have already seen, by previous results, that ∅ ∪ {~ **P**} is truth-functionally inconsistent if and only if ∅ ⊨ **P**. Hence **P** is truth-functionally true if and only if ∅ ⊨ **P**.

c. Assume that Γ is truth-functionally inconsistent. Then there is no truth-value assignment on which every member of Γ is true. Let **P** be an *arbitrarily* selected sentence of *SL*. Then there is no truth-value assignment on which every member of Γ is true and **P** false since there is no truth-value assignment on which every member of Γ is true. Hence Γ ⊨ **P**.

3.a. Let Γ be a truth-functionally consistent set. Then there is at least one truth-value assignment on which every member of Γ is true. But **P** is also true on such an assignment since a truth-functionally true sentence is true on every truth-value assignment. Hence on at least one truth-value assignment every member of Γ ∪ {**P**} is true; so the set is truth-functionally consistent.

4.a. **P** is either true or false on each truth-value assignment. On any assignment on which **P** is true, **Q** is true (because {**P**} ⊨ **Q**) and so **Q** ∨ **R** is true. On any assignment on which **P** is false, ~ **P** is true, **R** is therefore also true (because {~ **P**} ⊨ **R**), and so **Q** ∨ **R** is true as well. Either way, then, **Q** ∨ **R** is true—so the sentence is truth-functionally true.

c. Assume that every member of Γ ∪ Γ′ is true on some truth-value assignment. Then every member of Γ is true, and so **P** is true (because Γ ⊨ **P**). Every member of Γ′ is also true, and so **Q** is true (because Γ′ ⊨ **Q**). Therefore **P** & **Q** is true. So Γ ∪ Γ′ ⊨ **P** & **Q**.